

RESOLUCIÓN “C.D.” N° 040/13

PARANÁ, 12 MAR 2013

VISTO el Expediente N° S-019/36/2009; mediante el cual la Mag. Isabel Rinaldi eleva programa analítico de la asignatura Matemática para Economistas correspondiente a la carrera de Licenciado en Economía; la Resolución “C.D.” N° 110/09; y

CONSIDERANDO:

Que por Resolución “C.D.” N° 110/09 de fecha 23/06/09, se aprueba la “Guía de Elaboración de Programas de Estudios” para las asignaturas que se dictan en esta Unidad Académica.

Que mediante Nota “S.A.” N° 107/11 de fecha 25 de noviembre de 2011, la Secretaría Académica expresa que la propuesta presentada por la Mag. Isabel Rinaldi incluye adecuadamente los contenidos mínimos y los aspectos básicos, definidos en el Plan de Estudios 2008 de la carrera de Licenciado en Economía y en la Resolución “C.D.” N° 110/09.

Que dicho programa fue tratado por el Departamento Matemático de esta Facultad, el cual prestó su conformidad para que el Consejo Directivo lo apruebe.

Que la Comisión de Enseñanza, en Despacho de fecha 07/03/13, expresa: “Visto, se sugiere su aprobación”.

Que en reunión plenaria se decide, por unanimidad de los miembros presentes, aprobar el referido Despacho.

Que es facultad de este Cuerpo resolver sobre el particular.

Por ello:

EL CONSEJO DIRECTIVO DE LA  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS  
R E S U E L V E:

ARTÍCULO 1°.- Aprobar el programa de estudios de la cátedra “MATEMÁTICA PARA ECONOMISTAS”, que forma parte integrante de esta Resolución como Anexo Único, el que entrará en vigencia conforme corresponda según la implementación del Plan de Estudios 2008 de la Carrera de Licenciado en Economía, resuelta por Resolución “C.D.” N° 073/09.

RESOLUCIÓN “C.D.” N° 040/13

ARTÍCULO 2º.- Regístrese, comuníquese, notifíquese a quienes corresponda y cumplido archívese.

F. C. Ec.

**Cr. MIGUEL ANGEL PACHER**  
Secretario del Consejo Directivo

**Cr. ANDRÉS ERNESTO SABELLA**  
Decano

# RESOLUCIÓN “C.D.” N° 040/13

## ANEXO ÚNICO

### PROGRAMA DE ESTUDIOS

#### PLAN DE ESTUDIOS 2008

##### **a) DATOS GENERALES**

- Universidad Nacional de Entre Ríos
- Facultad de Ciencias Económicas
- Carrera: de Licenciado en Economía
- Asignatura: MATEMÁTICA PARA ECONOMISTAS

##### **b) DATOS REFERENCIALES**

- Ciclo o núcleo de formación al que pertenece: Ciclo Profesional
- Período de ubicación: Tercer Año – Primer Cuatrimestre
- Carga Horaria Total semanal: 7 (siete horas);
  - Carga Horaria Total: 98 (noventa y ocho horas).
- Asignaturas correlativas anteriores: Cálculo II y Microeconomía I.

##### **c) DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA ASIGNATURA**

Se trata de una asignatura que prepara al futuro profesional para interpretar en forma adecuada el análisis económico ya que, en la actualidad, el mismo se expresa en lenguaje matemático y utiliza simultáneamente el análisis matemático cuantitativo, que le otorga intervención práctica y el análisis cualitativo, empleado especialmente en el estudio de las propiedades de los sistemas económicos.

Matemática para Economistas proporciona los medios de cálculo que un licenciado en economía necesita, a la vez que le aporta el conocimiento del lenguaje sin ambigüedades de la matemática, indispensable para entender y modelizar los problemas de la economía.

Se parte de una estructura básica para el estudio del álgebra lineal: los espacios vectoriales. Su tratamiento teórico-práctico agiliza el trabajo con transformaciones lineales y diagonalización de matrices, de aplicación en el análisis de los modelos económicos y econométricos.

La optimización de campos escalares requiere la asimilación de conceptos de topología, para comprender y diferenciar funciones cuasicóncavas y cuasiconvexas, útiles en microeconomía.

Los problemas de la dinámica económica se hallan determinados por ecuaciones funcionales que incluyen como variable el tiempo. Si el mismo se considera continuo, la

## RESOLUCIÓN “C.D.” N° 040/13

modelización se realiza por medio de ecuaciones diferenciales (generalmente lineales con coeficientes constantes); si el tiempo sigue un comportamiento discreto, se necesitan las ecuaciones en diferencias.

### **d) OBJETIVOS GENERALES DEL CURSO**

Al finalizar el curso los estudiantes deberán:

- Unificar los aspectos teóricos y prácticos de los temas desarrollados.
- Hacer uso del lenguaje matemático en sus tres registros: gráfico, simbólico y semántico.
- Transferir los conocimientos del cálculo a situaciones problemáticas de la economía. - Conocer y utilizar recursos tecnológicos computacionales para modelizar, resolver e interpretar situaciones planteadas.
- Conocer e interpretar los conceptos básicos necesarios para resolver situaciones modelizadas mediante sistemas de ecuaciones lineales.
- Encontrar óptimos en funciones de más de una variable de elección.
- Analizar e interpretar las trayectorias temporales de las variables.

### **d) CONTENIDOS**

#### **PROGRAMA ANALÍTICO**

#### **1. Modelos lineales y álgebra matricial**

1.1. **Espacios vectoriales.** Subespacio vectorial. Combinación lineal. Dependencia lineal. Base. Dimensión. Componentes de un vector. Producto interno. Norma de un vector. Distancia entre dos vectores. Ortogonalidad. Vectores unitarios o normales. Ortonormalización de una base. Versores.

##### Objetivos Particulares

- Reconocer los elementos necesarios para expresar un vector como combinación lineal.
- Comprender los conceptos de base y dimensión de un subconjunto de  $\mathbb{R}^n$
- Identificar bases ortonormales.

1.2. **Transformaciones lineales.** Dominio, codominio, imagen, rango, núcleo y nulidad de una transformación lineal. Transformación inversa. Transformación no singular. Matriz traspuesta. Matriz adjunta. Transformaciones ortogonales. Aplicación a modelos de mercado y de renta nacional. Modelos input-output de Leintief.

## RESOLUCIÓN “C.D.” N° 040/13

### Objetivos particulares

- Conocer los conceptos y procedimientos básicos aplicables a transformaciones lineales.
- Transferir los conocimientos sobre transformaciones lineales al campo de la economía.

1.3. **Diagonalización de matrices.** Vectores y valores propios de una transformación lineal. Ecuación característica. Matrices semejantes: propiedades. Matrices: idempotente, involutiva y nilpotente. Diagonalización de matrices simétricas.

### Objetivos particulares

- Conocer la relación entre diagonalización y semejanza de matrices.
- Determinar autovalores y autovectores.
- Operar con matrices semejantes, traspuestas y simétricas.
- Diagonalizar matrices simétricas mediante semejanza ortogonal.

1.4. **Formas cuadráticas.** Formas cuadráticas simples. Signo de una forma cuadrática. Condiciones necesarias y suficientes para que una forma cuadrática sea definida. Formas cuadráticas condicionadas.

### Objetivos particulares

- Expresar el valor de una forma cuadrática como matriz y recíprocamente.
- Reconocer los distintos tipos de formas cuadráticas mediante la determinación de sus signos.
- Aplicar los métodos necesarios para reducir una forma cuadrática a su forma canónica.

1.5. **Matrices no negativas.** Partición de matrices. Matrices descomponibles. Teorema de Perron. Teoremas de Frobenius

### Objetivos particulares

- Aplicar partición y descomposición de matrices para simplificar el cálculo con ellas.
- Aplicar las propiedades de matrices no negativas para hallar la raíz maximal.

1.6. **Matrices estocásticas.** Matrices de Minkowski. Vector de probabilidad o vector estocástico. Matriz estocástica o matriz de probabilidad. Vector de probabilidad fijo. Matrices estocásticas regulares. Cadena de Markov.

### Objetivos particulares

## RESOLUCIÓN “C.D.” N° 040/13

- Determinar cuándo una matriz es estocástica.
- Analizar la incidencia de los valores y vectores propios de matrices estocásticas a situaciones económicas de probabilidad y tendencia.

### 2. Optimización

2.1. **Nociones de topología:** conjuntos abiertos, cerrados, compactos, convexos. Funciones cóncavas, convexas, cuasicóncavas y cuasiconvexas. Condiciones para la cuasiconvexidad de funciones diferenciables.

#### Objetivos particulares

- Tomar conocimiento de los conceptos básicos de la teoría de conjuntos.
- Decidir la cuasiconcavidad y cuasiconvexidad de funciones e interpretarlas geométricamente.

2.2. **Optimización clásica:** extremos relativos de campos escalares, extremos condicionados o ligados. Multiplicadores de Lagrange. Condiciones de KuhnTucker. Fórmula de Taylor para funciones de dos variables.

Aplicaciones económicas: maximización del beneficio, el problema del consumidor, selección de la cartera de valores.

#### Objetivos particulares

- Determinar extremos relativos de funciones de varias variables.
- Interpretar los efectos de los multiplicadores de Lagrange sobre el valor óptimo de una función objetivo.
- Dominar el procedimiento para hallar todos los candidatos a óptimo.

### 3. Integrales múltiples

Concepto de integral doble. Propiedades. Condiciones de integrabilidad. Cálculo de integrales dobles por iteración. Cálculo de áreas y volúmenes. Concepto de integral triple. Cálculo de integrales triples. Aplicaciones a la economía.

#### Objetivos particulares

- Adquirir habilidad para resolver integrales dobles y triples.
- Aplicar integrales múltiples en la resolución de problemas de índole económica.

### 4. Modelos dinámicos continuos

4.1. **Ecuaciones diferenciales de primer orden:** tipos de ecuaciones diferenciales de primer orden: de variables separables, homogéneas y exactas. Soluciones general y particular. Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden: incompletas y

completas.

Objetivos particulares

- Comprender los fundamentos teóricos que sustentan el tratamiento de las ecuaciones diferenciales.
- Aplicar las técnicas de solución para los distintos tipos de ecuaciones diferenciales.

4.2. **Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden con coeficientes constantes:** integral particular y función complementaria. Casos: raíces reales distintas, reales coincidentes y complejas. Modelos económicos.

Objetivos particulares

- Resolver ecuaciones diferenciales de segundo orden.
- Aplicar ecuaciones diferenciales al planteo y solución de modelos económicos.

4.3. **Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden:** resolución por ecuación eliminante y por matriz de operadores.

Objetivos particulares

- Modelizar y resolver situaciones del campo de la economía mediante sistemas de ecuaciones diferenciales.

**5. Modelos dinámicos discretos**

5.1. **Ecuaciones en diferencias finitas:** tiempo discreto, diferencias y ecuaciones en diferencias. Soluciones. Ecuación lineal en diferencias, de primer orden, con coeficientes constantes. Aplicaciones financieras. Comportamiento de las soluciones.

Objetivos particulares

- Inferir a través de la iteración, la trayectoria del tiempo.
- Plantear y resolver modelos deterministas discretos en el tiempo.

5.2. **Sistemas lineales de ecuaciones en diferencias:** resolución por ecuación eliminante y por matriz de operadores.

Objetivos particulares

- Resolver sistemas de ecuaciones en diferencias por distintos métodos.

e) **ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE:**

Las estrategias de enseñanza a aplicar deberán focalizarse en lograr un aprendizaje significativo por parte de los estudiantes.

## RESOLUCIÓN "C.D." N° 040/13

En las clases se trabajará con aciertos y desaciertos por parte de los estudiantes a medida que se vaya generando el conocimiento en el aula, sea conceptual o procesal. Consideramos que esta es una simple estrategia por la cual se crea un ambiente en donde se rescata el razonamiento de todos, se discuten ideas, se toma el error como elemento importante del aprendizaje y se valora la reflexión. De esta manera, se manifiestan los valores que atañen al desarrollo socio comunitario - intercambio y defensa de ideas, respeto por la producción del otro, sentido crítico sobre procedimientos y resultados. Esto estimula una clase reflexiva y crítica en búsqueda de conocimientos y acuerdos que se tornan válidos en una comunidad de diálogo.

Las estrategias deberán conducir el aprendizaje del sujeto que aprende, ajustando y adecuando la intervención del docente en la actividad de construcción del conocimiento que el estudiante realiza. Quien enseña debe mediar entre el alumno y el saber enseñado, proponiendo no sólo estrategias adecuadas a las situaciones sino también vigilando la transformación que sufre el conocimiento hasta llegar a ser enseñado.

Apuntando a que el aprendizaje debe ser significativo para el que aprende, éste debe incorporarse a las estructuras de saberes que el estudiante ya posee. Cuanto más ricas sean las relaciones establecidas entre lo conocido y lo que se aprende, mayor será el significado que se atribuya al conocimiento nuevo. El saber será funcional en la medida que se establezcan situaciones que proporcionen significación del conocimiento, de modo que pueda hacer uso activo del mismo en sus diferentes actividades.

Se usarán disparadores que permitan sondear los saberes previos que los estudiantes poseen - tanto teóricos como de la práctica - entre lo cual está no sólo aquello lógicamente pensado, sino también sus creencias y lo inerte, lo que está pero no se usa y cuya activación es muy valiosa cuando se necesita.

Hay que incentivar a "aprender a pensar" ya que la teoría memorizada sin razonamiento no sirve y la práctica mecanizada no es funcional. No se trata de transmitir sólo conceptos y aplicar "recetas" de resolución sino también de producir y pensar esos conocimientos. Ese "pensar" debe ser dirigido en el grupo de trabajo, a través de preguntas y respuestas, razonando los pasos a seguir y dando a la teoría la importancia que se merece a la hora de resolver situaciones prácticas.

Para llevar a cabo las mencionadas estrategias, el cursado de la asignatura deberá indefectiblemente realizarse abordando los diferentes contenidos mediante la integración

## RESOLUCIÓN “C.D.” N° 040/13

continua de la teoría y la práctica.

Se insistirá en la lectura comprensiva de:

- definiciones de los objetos matemáticos y clarificación de los elementos intervinientes en las mismas;
- enunciados de propiedades y teoremas;
- enunciados de problemas;
- consignas.

Para ello se hará hincapié en la interpretación de vocablos, la lógica del discurso, la vinculación entre objetos y el encadenamiento de razonamientos.

Para lograr la comprensión y la posterior expresión de lo aprendido se tendrá en cuenta:

- permanente atención a la expresión oral de los estudiantes durante las clases, insistiendo en la estructura de las respuestas a las preguntas planteadas;
- búsqueda de sinónimos para los distintos vocablos utilizados en las definiciones y propiedades;
- interpretación de definiciones y problemas presentados a través del lenguaje coloquial, gráfico y simbólico;
- interpretación de los conectores lógicos y cuantificadores utilizados.

El aprendizaje exige manejo de bibliografía adecuada para temas específicos por lo cual se ve conveniente recomendar autores que ofrezcan un enfoque original de los mismos. La vinculación de los diferentes temas que componen un conocimiento puede lograrse a través de la elaboración de redes conceptuales, desatacando la verticalidad y la transversalidad de los contenidos.

Para brindar un espacio de apoyo complementario de las clases presenciales, se propone implementar un aula virtual para consultas acerca de novedades de cátedra, material de estudio digitalizado, vínculos a sitios de Internet para afianzar y/o ampliar diferentes temas y foros para intercambio entre los participantes.

### **g) ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN:**

Se propone que el aprendizaje de los estudiantes sea evaluado a través de exámenes parciales y finales de naturaleza teórico-práctica, en los cuales no se ponderará la memoria (sin desconocer la importancia de la misma en cuestiones básicas) sino el razonamiento y la aplicación de conceptos y propiedades a situaciones matemáticas y económicas.

Según las calificaciones obtenidas en los dos exámenes parciales, el estudiante podrá obtener

## RESOLUCIÓN “C.D.” N° 040/13

una de las siguientes condiciones:

- Promoción directa: los alumnos que obtengan una valoración del 70% o más en el primer parcial podrán acceder a un segundo examen parcial cuya calificación deberá ser tal que promediada con la nota anterior dé como resultado un mínimo del 75%
- Observación: Para acceder a la promoción directa no se puede recuperar ninguno de los exámenes parciales.
- Regular: el estudiante adquiere esta condición obteniendo en los dos exámenes parciales una nota mínima del 50%. De no obtenerla en alguno de ellos, podrá acceder al recuperatorio del mismo.
- Libre: corresponde al alumno que no alcance ninguna de las condiciones antes mencionadas.

Los alumnos en condición de regular o libre rendirán un examen final con todos los contenidos del programa. Para los regulares, será teórico-práctico y se aprobará con un puntaje mínimo del 70%. En el caso de los libres, la evaluación contemplará en primera instancia, un temario teórico cuya aprobación, con no menos del 70%, los habilitará para la práctica referida al mismo, manteniéndose la misma exigencia de puntaje.

### f) BIBLIOGRAFÍA

- CHIANG, A. (2006): *Métodos fundamentales de economía matemática*. 4ta Edición. Editorial Mc Graw Hill. México.
- BERNARDELLO, A. et. al. (2010): *Matemática para Economistas*. Omicron System. Argentina.
- GRAFE, J. (1991): *Matemáticas para Economistas*. 2da. Edición. McGraw Hill Iberoamericana de España. Madrid.
- BALBÁS de la CORTE, A.; GIL FANA, J.A. y GUTIÉRREZ VALDEÓN, S. (1989): *Análisis matemático para la Economía II. Cálculo integral y sistemas dinámicos*. Editorial AC. Madrid.
- CASPARRI, M.T. (1980): *Ecuaciones en diferencias*. El Coloquio. Buenos Aires.
- DERRIK, W; GROSSMAN, S. (1984): *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones*. Fondo Educativo Interamericano. México.
- GROSSMAN, S. I. (1996): *Algebra Lineal*. Mc.Graw-Hill. México.
- GUTIERREZ VALDERÓN, S. (1992): *Álgebra Lineal para la Economía*. Editorial AC. Madrid.

RESOLUCIÓN “C.D.” N° 040/13

- INTRILIGATOR, M. D. (1973): *Optimización matemática y teoría económica*. Prentice Hall. Madrid.
- PERIS, J. y CARBONEIL, L. (1986): *Problemas de Matemáticas para Economistas*. Ariel. Barcelona.
- PITA RUIZ, C. de J. (1991): *Álgebra Lineal*. Mc.Graw-Hill. México.
- BENAVIDE, A. (1973): *Técnicas Matemáticas del Análisis Económico*. Editorial Prentice Hall Internacional.
- AIUB, A. (1985): *Ecuaciones en diferencias finitas*. El Coloquio. Buenos Aires.
- GANDOLFO, G. (1976): *Métodos y modelos matemáticos en Dinámica Económica*. Tecnos. Madrid.
- YAMANE, T. (1981): *Matemática para economistas*. Editorial Ariel. Barcelona.
- NIKAIDO, H. (1978): *Métodos matemáticos del análisis económico moderno*. Barcelona.
- SYDSAETER, K. y HAMMOND. P.J. (1996): *Matemáticas para el análisis económico*. Prentice Hall.